

Studio di una macchina termica

Una macchina termica scambia le quantità di calore Q_1 , Q_2 , Q_3 con tre sorgenti rispettivamente a temperatura T_1 , T_2 , T_3 . Supporre $Q_1 = 550$ cal, $Q_2 = 60$ cal, $Q_3 = -300$ cal, $T_1 = 1000$ K, $T_2 = 400$ K, $T_3 = 300$ K.

- Stabilire se la macchina è reversibile o meno e calcolarne il rendimento
- Supponendo che Q_1 e Q_2 vengano scambiati reversibilmente e che l'unico scambio di calore irreversibile sia quello che avviene con la sorgente a temperatura T_3 , determinare il massimo rendimento della macchina

1) Interpretazione fisica dei dati

I calori Q_1 e Q_2 sono positivi, quindi la macchina assorbe calore dalle sorgenti a temperatura T_1 e T_2 . Il calore Q_3 è negativo, quindi la macchina cede calore alla sorgente a temperatura T_3 . Essendo la macchina termica ciclica, il lavoro utile compiuto in un ciclo è

$$W = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 310 \text{ cal}$$

2) Rendimento della macchina

Il rendimento di una macchina termica è definito come

$$\eta = \frac{W}{Q_{\text{ass}}}$$

dove Q_{ass} è il calore totale assorbito. In questo caso vale

$$Q_{\text{ass}} = Q_1 + Q_2 = 610 \text{ cal}$$

Allora il rendimento è

$$\eta = \frac{310 \text{ cal}}{610 \text{ cal}} \approx 0,508 = 50,8\%$$

3) Verifica della reversibilità

Per una trasformazione ciclica vale la disuguaglianza di Clausius sull'entropia

$$\sum_i \frac{Q_i}{T_i} \leq 0$$

che si riduce a un'uguaglianza solo nel caso totalmente reversibile.

Calcoliamo la sommatoria per il ciclo in questione

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} = \frac{550 \text{ cal}}{1000 \text{ cal}} + \frac{60 \text{ cal}}{400 \text{ cal}} + \frac{-300 \text{ cal}}{300 \text{ cal}} = -0,3$$

Poiché il risultato è negativo, il ciclo è irreversibile e la macchina termica è quindi reale.

4) Massimo rendimento

Ora imponiamo che gli scambi con le sorgenti a temperatura T_1 e T_2 siano reversibili, come richiesto dal punto b) dell'esercizio. In questo caso il massimo rendimento si ottiene quando il bilancio entropico arriva al valore limite

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} = 0$$

Ricaviamo il valore massimo ammissibile di Q_3

$$Q_3 = -T_3 \left(\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \right) = -210 \text{ cal}$$

Il lavoro massimo diventa allora

$$W_{\max} = (550 + 60 - 210) \text{ cal} = 400 \text{ cal}$$

e quindi il rendimento massimo è

$$\eta_{\max} = \frac{W_{\max}}{Q_1 + Q_2} \approx 0,656 = 65,6\%$$

5) Risultati finali

a) macchina non reversibile

$$\eta = 50,8\%$$

b) $\eta_{\max} = 65,6\%$

