

ESERCIZIO: Scelta del Consumatore con Beni Perfetti Complementi

Le preferenze di un consumatore rispetto al consumo di stampanti (Y_1) e cartucce d'inchiostro (Y_2) sono rappresentate dalla seguente funzione di utilità di tipo Leontief:

$$U(Y_1, Y_2) = \min\{3Y_1, Y_2\}$$

Il consumatore dispone di un reddito $I = 500$. I prezzi iniziali di mercato sono $P_1 = 10$ e $P_2 = 5$.

- Ricavare le funzioni generiche di domanda per i due beni e determinare le caratteristiche del loro consumo.
- Calcolare il paniere ottimo iniziale.
- Si supponga che il prezzo delle stampanti aumenti a $P'_1 = 35$. Calcolare il nuovo paniere ottimo.
- Scomporre l'Effetto Prezzo sul bene Y_1 in Effetto Sostituzione ed Effetto Reddito.

Soluzione

a) La funzione di utilità a coefficienti fissi $U = \min\{3Y_1, Y_2\}$ indica che ci troviamo di fronte a **beni perfetti complementi**. Il consumatore ottiene utilità solo consumandoli in proporzioni fisse, rifiutando ogni spreco. L'utilità si massimizza dove gli argomenti della funzione di minimo si equivalgono:

$$3Y_1 = Y_2$$

Questo significa che per ogni stampante (Y_1), il consumatore esige esattamente 3 cartucce (Y_2).

Per trovare le funzioni generiche di domanda, poniamo questa proporzione a sistema con il vincolo di bilancio:

$$\begin{cases} Y_2 = 3Y_1 \\ I = P_1Y_1 + P_2Y_2 \end{cases} \implies I = P_1Y_1 + P_2(3Y_1) \implies I = Y_1(P_1 + 3P_2)$$

Le generiche funzioni di domanda sono quindi:

$$Y_1^* = \frac{I}{P_1 + 3P_2} \quad \text{e} \quad Y_2^* = \frac{3I}{P_1 + 3P_2}$$

b) Con i dati forniti ($I = 500$, $P_1 = 10$, $P_2 = 5$), calcoliamo il paniere ottimo iniziale:

$$Y_1^* = \frac{500}{10 + 3(5)} = \frac{500}{10 + 15} = \frac{500}{25} = 20$$

$$Y_2^* = 3 \cdot 20 = 60$$

Il paniere ottimo è $E_0 = (20; 60)$.

c) Se il prezzo P_1 aumenta a $P'_1 = 35$, il nuovo paniere ottimo diventa:

$$Y_1^{**} = \frac{500}{35+3(5)} = \frac{500}{35+15} = \frac{500}{50} = 10$$

$$Y_2^{**} = 3 \cdot 10 = 30$$

Il nuovo paniere è $E_1 = (10; 30)$.

L'Effetto Prezzo totale su Y_1 è $EP = 10 - 20 = -10$.

d) Per scomporre l'effetto prezzo con il metodo di Slutsky, troviamo il reddito compensato (I'), ovvero il costo del vecchio paniere ai nuovi prezzi:

$$I' = P'_1 Y_1^* + P_2 Y_2^* = 35(20) + 5(60) = 700 + 300 = 1000$$

Calcoliamo il paniere intermedio con i nuovi prezzi e il reddito compensato:

$$Y_1^S = \frac{I'}{P'_1 + 3P_2} = \frac{1000}{35+15} = \frac{1000}{50} = 20$$

$$Y_2^S = 3 \cdot 20 = 60$$

Come atteso per i beni perfetti complementi, l'**Effetto Sostituzione è nullo**:

$$ES = Y_1^S - Y_1^* = 20 - 20 = 0$$

Il consumatore non sostituisce tra loro beni complementari al variare dei prezzi relativi. L'**Effetto Reddito** assorbe quindi l'intero impatto della manovra di prezzo:

$$ER = Y_1^{**} - Y_1^S = 10 - 20 = -10$$

(Verifica: $EP = ES + ER = 0 - 10 = -10$).