

Barretta di combustibile nucleare in regime stazionario

Si consideri un pellet di UO_2 (biossido di uranio-235), di raggio R_p , ricoperto da una guaina di acciaio inox, di spessore s_g , per confinare i prodotti radioattivi. La potenza emessa dalla barretta in rapporto alla sua altezza L vale $\dot{Q}_N/L$. Sono note, inoltre, la conduttività termica λ_p del pellet e quella λ_g della guaina. Il coefficiente convettivo della barretta con l'ambiente esterno, costituito da acqua liquida a temperatura T_e , vale h_e . Determinare il campo termico fuori e dentro la barretta in regime stazionario.

- 1) Cominciamo osservando che la simmetria del sistema e la condizione di regime stazionario implicano che:

- il campo termico è descritto da una curva come quella azzurra in *Figura 1*
- l'energia interna del sistema si conserva, quindi

$$\frac{dE_{int}}{dt} = 0 \Leftrightarrow \dot{Q}_N = \dot{Q}_{ced}$$

dove $\dot{Q}_{ced}$ è la potenza ceduta all'ambiente dalla barretta (*Figura 2*).

- 2) Determiniamo prima T_g sfruttando la relazione che descrive la convezione con l'ambiente esterno

$$\dot{Q}_N = A_e h_e (T_g - T_e) \Rightarrow T_g = \frac{\dot{Q}_N}{A_e h_e} + T_e$$

dove A_e è l'area della superficie laterale più esterna della barretta, che vale quindi $A_e = 2\pi(R_p + s_g)L$

- 3) Studiamo ora come varia la temperatura all'interno della guaina. In virtù della geometria cilindrica del sistema possiamo scrivere

$$\dot{Q}_N = -\lambda_g A \frac{dT}{dR}$$

dove A indica l'area della superficie laterale di un qualsiasi volume di controllo a forma di guscio cilindrico contenuto nella guaina, quindi di raggio R tale che $R_p < R < R_p + s_g$. Scriviamo e risolviamo un'EDO a variabili separabili che ci permette di concludere che

$$\begin{aligned} dT &= -\frac{\dot{Q}_N}{\lambda_g A} dR = -\frac{\dot{Q}_N}{\lambda_g 2\pi L} \frac{dR}{R} \\ \int_{T_p}^{T_g} dT &= -\frac{\dot{Q}_N}{\lambda_g 2\pi L} \int_{R_p}^{R_p+s_g} \frac{dR}{R} \\ T_p - T_g &= \frac{\dot{Q}_N}{\lambda_g 2\pi L} \ln\left(\frac{R_p + s_g}{R_p}\right) \end{aligned}$$

Figura 1

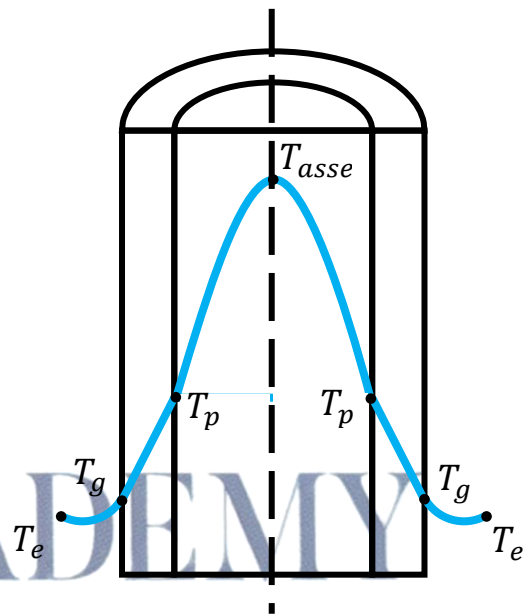
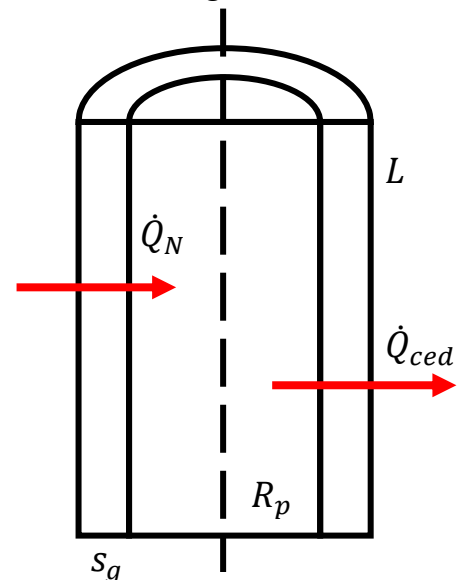


Figura 2



- 4) Studiamo adesso l'interno del pellet per determinare la temperatura nei punti dell'asse della barretta. Usando anche qui un volume V di controllo contenuto nel pellet (quindi di raggio R tale che $0 < R < R_p$) e introducendo la potenza $\dot{q}_V$ generata dalla barretta per unità di volume possiamo scrivere

$$\dot{q}_V V = -\lambda_p A \frac{dT}{dR}$$

dove, analogamente a prima, A è l'area della superficie laterale del volume di controllo. Quindi segue che

$$\begin{aligned}\dot{q}_V \cdot \pi R^2 L &= -\lambda_p \cdot 2\pi R L \cdot \frac{dT}{dR} \\ \int_{T_p}^{T_{asse}} dT &= -\frac{\dot{q}_V}{2\lambda_p} \int_R^0 R dR \\ T_{asse} - T_p &= \frac{\dot{q}_V}{4\lambda_p} R^2\end{aligned}$$

dove $\dot{q}_V = \frac{\dot{Q}_N}{\pi R^2 L}$

- 5) Riepiloghiamo i risultati ottenuti:

- Temperatura superficiale della guaina

$$T_g = \frac{\dot{Q}_N}{A_e h_e} + T_e = \frac{\dot{Q}_N / L}{2\pi h_e (R_p + s_g)} + T_e$$

- Temperatura superficiale del pellet

$$T_p = \frac{\dot{Q}_N / L}{2\pi \lambda_g} \ln \left(\frac{R_p + s_g}{R_p} \right) + T_g$$

- Temperatura sull'asse della barretta

$$T_{asse} = \frac{\dot{q}_V}{4\lambda_p} R^2 + T_p = \frac{\dot{Q}_N}{4\lambda_p \pi R^2 L} R^2 + T_p = \frac{\dot{Q}_N / L}{4\pi \lambda_p} + T_p$$